

Verschiebungen

Vor allem für die Klassenstufen 6 und 7 gedacht

Datei Nr. 11051

Stand: 3. Oktober 2013

DEMO für www.mathe-cd.de

FRIEDRICH W. BUCKEL

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.de

Vorwort

Verschiebungen werden meistens in der Klassenstufe 6 eingeführt. In Schulbüchern gibt es dazu schöne Abbildungen mit Mustern, die man verschieben kann usw.

Wenn man mit Schülern Verschiebungen üben will, hat man das Problem, dass man die Lage der zu verschiebenden Objekte (Punkte, Strecken, Dreiecke usw.) angeben muss, damit alle vergleichbare Ergebnisse bekommen. Dazu sollte man das Koordinatensystem einführen.

Günstig wäre dies nach Einführung der negativen Zahlen, denn dann kann man viel tiefer in die Materie einsteigen – und man hat gleichzeitig günstiges und vor allem anschauliches Zahlenmaterial zum Üben der Addition und Subtraktion mit negativen Zahlen.

Neben den Punktkoordinaten benötigt man dann auch schnell Koordinaten für Pfeile (z. B. „1 nach rechts und 2 nach unten“). Dass dann zu einer Verschiebung z. B. eines Dreiecks lauter gleichartige Pfeile gehören, kennzeichnet man günstigerweise damit, dass man den Begriff „Pfeiltyp“ einführt, den man dann auch durch „Vektor“ ersetzen kann. Nur – Pfeiltyp verstehen Schüler zunächst besser.

Ich gehe in meinen Ausführungen darauf ein.

Wie weit man nun gehen soll, hängt von Kenntnisstand des Lesers ab. Ich führe den Text bis zur Hintereinanderausführung zweier Verschiebungen, was dann zur Vektoraddition führt. Wem das zuviel ist, der kann ja dort aufhören ...

Ich muss aber auch an Leser mit mehr Anforderungen denken.

Wer mehr zu diesem Thema lesen möchte, kann im Text 11811 „Vektorgeometrie“ weiterlesen. Dort folgt dann auch die Vektorsubtraktion und noch mehr.

Inhalt

1	Einführung	3
2	Verschiebung einer Figur	5
3	Beschreibung von Verschiebungen durch Zahlen	8
4	Verschiebungen in der x-y-Zahlenebene – Verwendung negativer Zahlen	16
5	Verknüpfung von Verschiebungen	20

Die Grafiken wurden alle mit MatheGrafix erstellt. Die Grafikdateien dazu befinden sich in der Datei mgf-11051.zip auf der Mathe-CD.

Zum Öffnen und Bearbeiten benötigen Sie die Version MatheGrafix10-

1 Einführung

Jeder kennt aus der Alltagssprache das Wort „verschieben“. Man kann Möbel verschieben, eigentlich beliebige Gegenstände, sofern sie beweglich sind. Wenn man weiter darüber nachdenkt, wird klar, dass man dabei an den Gegenständen nur deren Lage verändert, nicht ihre Abmessungen, nicht ihre Form.

Setzt man sich an einen Tisch, dann zieht man anschließend den Stuhl näher an den Tisch heran. Ist das eine Verschiebung?

In der Alltagssprache JA, mathematisch gesehen (in der Regel) NEIN.

Die Mathematiker beharren darauf, dass bei einer Verschiebung (im mathematischen Sinne) die Parallelität der Seiten gewahrt wird.

Beispiel:

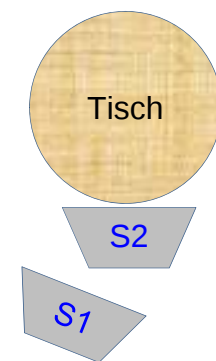


Abbildung 1

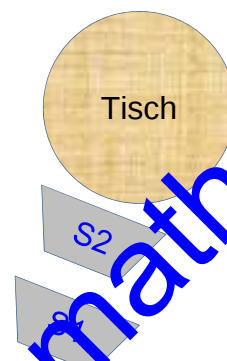
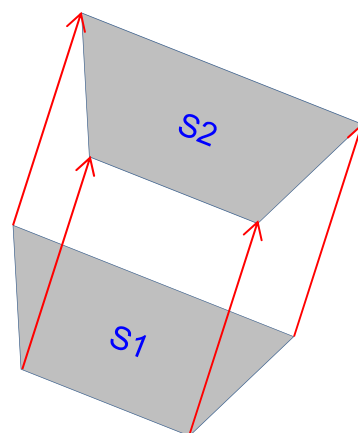
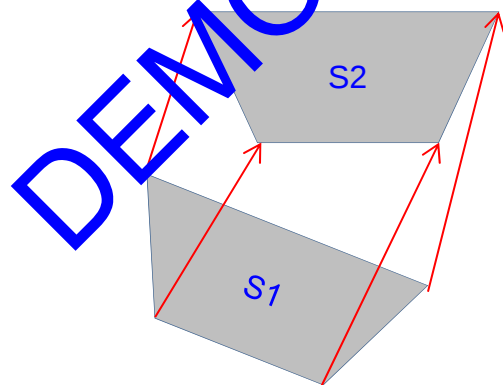


Abbildung 2

In Abbildung 1 hat Karl seinen Stuhl S1 an den Tisch herangezogen und dabei noch etwas verdreht (Position S2). Dies ist keine mathematische Verschiebung.

In Abbildung 2 hat er ihn verschoben und nicht gedreht. Dies ist eine mathematische Verschiebung, weil die Seiten in der neuen Position parallel zu den Stuhlseiten der alten Position sind.

Man kann dies besonders deutlich machen, wenn man die alten und die neuen Positionen der Eckpunkte durch Pfeile verbindet. Ich zeichne dies jetzt größer:



In der rechten Abbildung sind alle **Pfeile gleich lang und parallel**, das nehmen wir als Merkmal für eine mathematische Verschiebung. In der linken Abbildung ist dies nicht der Fall.

Und auch die Stuhlseiten sind in beiden Positionen zueinander parallel.

Ein Schüler sollte sich merken:

Bei einer Verschiebung werden alle Punkte in die gleiche Richtung um dieselbe Strecke verschoben.

Alle Verschiebungspfeile sind daher gleich lang und parallel.

Noch eine Begriffsbildung sollte man sich merken:

Den ursprünglichen Punkt, der verschoben wird, nennt man das **Urbild**.

Den verschobenen Punkt dagegen den **Bildpunkt**.

Wir müssen nun lernen, die folgenden **Grundaufgaben** auszuführen:

- (1) Wie verschiebt man eine Figur?
- (2) Wie erkennt man, ob eine Figur (Bildfigur) aus einer anderen Figur (Urbild) durch eine Verschiebung entstanden ist?
- (3) Wie kann man eine Verschiebung zahlenmäßig beschreiben?
- (4) Wie führt man mehrere Verschiebungen nacheinander aus?

DEMO für www.mathe-cd.de

2 Verschiebung einer Figur.

Gegeben ist ein Dreieck ABC und der Bildpunkt A' von A. Konstruiere das Bilddreieck $A'B'C'$.

Man muss nun die Verschiebungspfeile einzeichnen, die von B nach B' führen, und von C nach C' .

Sie müssen alle parallel sein (in die gleiche Richtung zeigen) und dieselbe Länge haben.

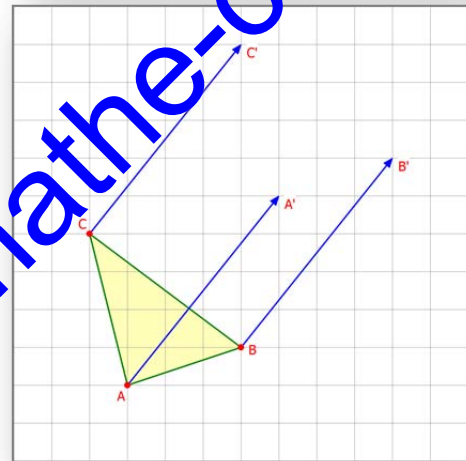
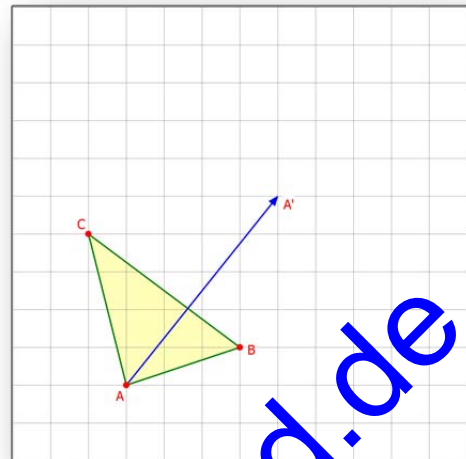
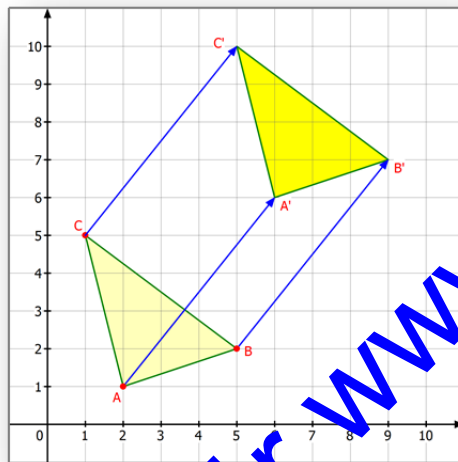
Dazu helfen uns die Karos, also das Gitternetz im Hintergrund.

Man kann nämlich durch Abzählen herausfinden, dass man von A nach A' kommt, wenn man um 4 Kästchen nach rechts und um 5 nach oben geht.

Dasselbe führen wir von B und von C aus durch.

So erhält man die Bildpunkte B' und C' .

Verbindet man sie, hat man das Bilddreieck:



Erkennst du, dass die Seiten des Dreiecks ABC und die entsprechenden Bildseiten von $A'B'C'$ zueinander parallel sind?

Es erhebt sich die Frage, wie man das genau nachweisen kann. Nur abschätzen ist zu ungenau!

Nachweis der Parallelität der entsprechenden Seiten:

Man zählt ab, um wie viele Kästchen man von einem Eckpunkt zum nächsten gehen muss, und zwar nach rechts (oder links) und dann nach oben (oder unten):

Von A nach B: Man geht um 3 nach rechts und um 1 nach oben.

Dasselbe gilt für die Strecke $A'B'$. Also haben AB und $A'B'$ dieselbe Richtung:

Also sind AB und $A'B'$ zueinander parallel.

Von B nach C: Man geht um 4 nach links und um 3 nach oben.

Dasselbe gilt für die Strecke $B'C'$. Also haben BC und $B'C'$ dieselbe Richtung:

Also sind BC und $B'C'$ zueinander parallel.

Von C nach A: Man geht um 1 nach rechts und um 4 nach unten.

Dasselbe gilt für die Strecke $C'A'$. Also haben CA und $C'A'$ dieselbe Richtung:

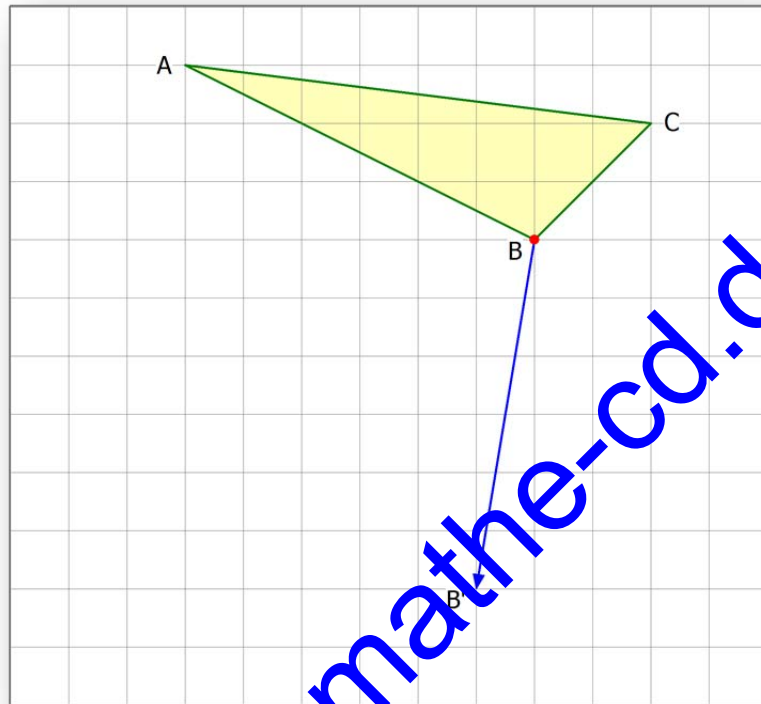
Also sind CA und $C'A'$ zueinander parallel.

Aufgabe 1

Gegeben ist ein Dreieck ABC und der Bildpunkt B' von B .
 Konstruiere das Bilddreieck $A'B'C'$.
 Zeige, dass die Seiten AC und $A'C'$ zueinander parallel sind.

Führe die Konstruktion
 auf dem ausgedruckten
 Blatt durch.

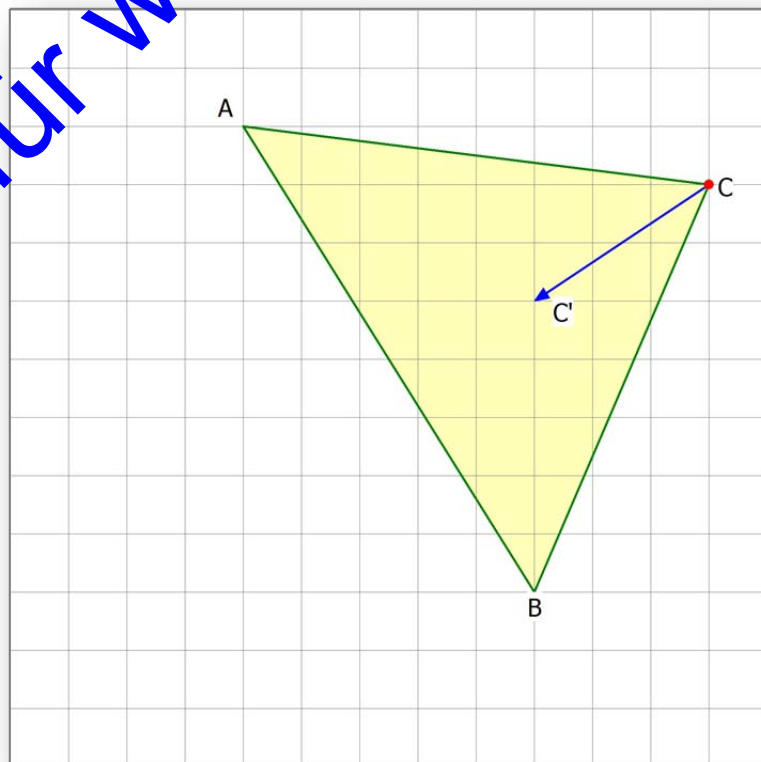
Die Lösung steht auf der
 nächsten Seite.

**Aufgabe 2**

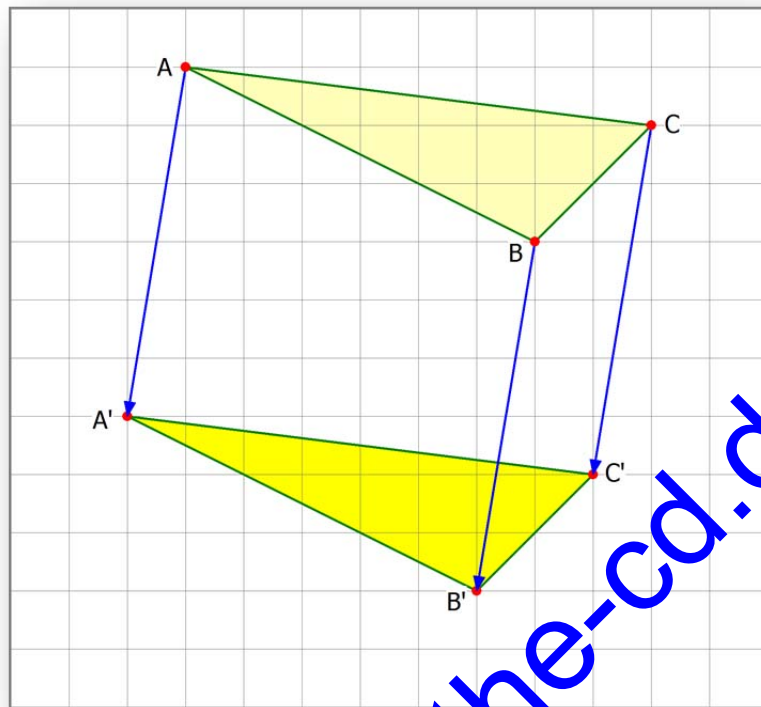
Gegeben ist ein Dreieck ABC und der Bildpunkt B' von B .
 Konstruiere das Bilddreieck $A'B'C'$.
 Zeige, dass die Seiten AC und $A'C'$ zueinander parallel sind.

Führe die Konstruktion
 auf dem ausgedruckten
 Blatt durch.

Die Lösung steht auf der
 nächsten Seite.



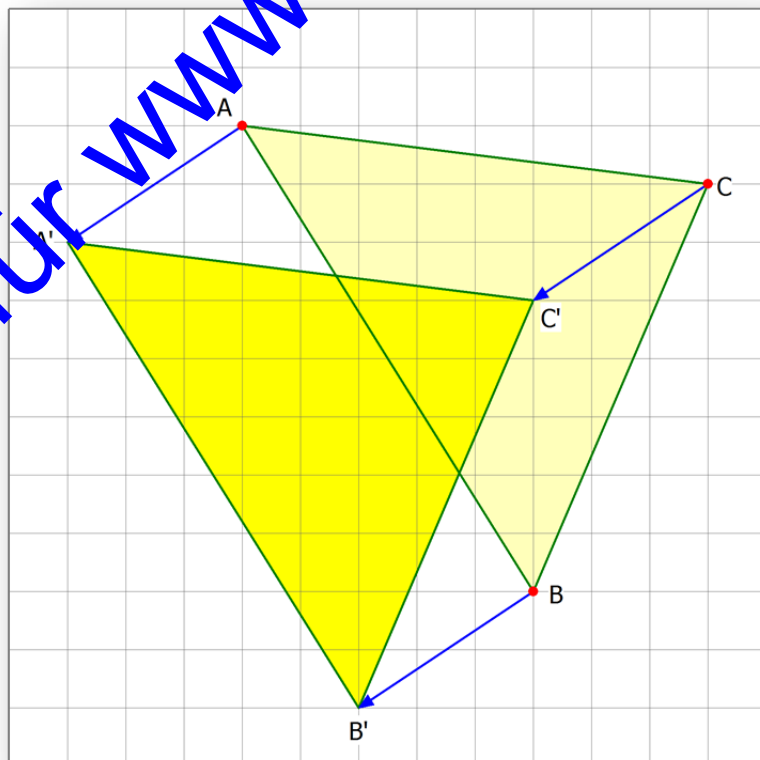
Lösung Aufgabe 1



Die Richtung der Seite AC kann man durch folgende Angabe festlegen:

Geht man von A aus um 8 Kästchen nach rechts und um 1 Kästchen nach unten, dann gelangt man zu C. Weil dies auch für die Seite $A'C'$ gilt, haben AC und $A'C'$ dieselbe Richtung. **Also sind AC und $A'C'$ parallel.**

Lösung Aufgabe 2:



Von A nach B muss man um 5 Kästchen nach rechts und um 8 nach unten gehen. Weil dasselbe für die Strecke $A'B'$ gilt, sind AB und $A'B'$ parallel.

3 Beschreibung von Verschiebungen durch Zahlen

DEMO für www.mathe-cd.de